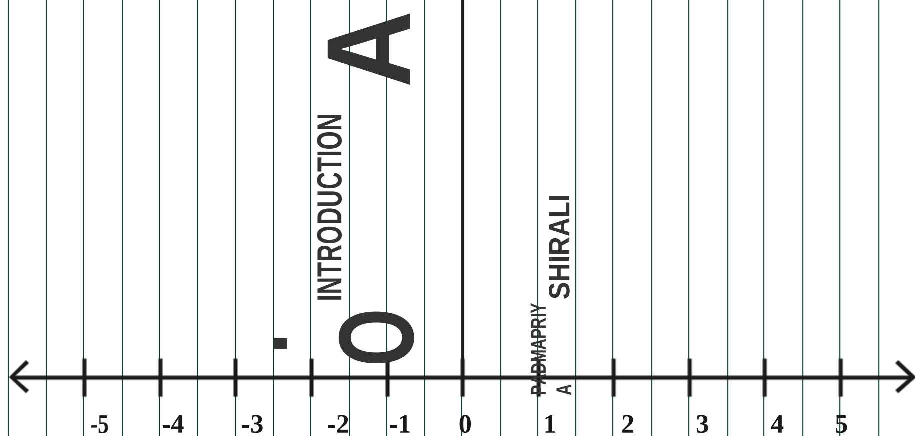
At Right Angles





ಪ್ರವೇಶ

ಅನುವಾದ : ಚೈತನ್ಯ ಅಸೋಸಿಯೇಟ್ಸ್, ಮೈಸೂರು

ಶಾಲಾ ಬೀಜಗಣಿತವನ್ನು ವಿವಿಧ ರೀತಿಗಳಲ್ಲಿ ಪರಿಚಯಿಸಬಹುದು. ಕೆಲವರು ಒಂದು ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ ಇರುವ ಅವ್ಯಕ್ತದಿಂದ ಆರಂಭಿಸಿದರೆ ಮತ್ತೆ ಕೆಲವರು ಮಾದರಿಯ ಬಳಕೆಯ ರೀತಿಯಿಂದ ಮತ್ತೂ ಹಲವರು ಸೂತ್ರದ ಆಧಾರದಿಂದ ಆರಂಭಿಸಲು ಇಷ್ಟಪಡಬಹುದು. ಯಾವ ರೀತಿಯನ್ನು ಬಳಸುತ್ತಾರೆ ಎನ್ನುವುದರಿಂದ ಏನಾದರೂ ವ್ಯತ್ಯಾಸವಾಗುತ್ತದೆಯೇ? ಯಾವುದಾದರೊಂದು ರೀತಿಯು ಮತ್ತೊಂದಕ್ಕಿಂತ ಉತ್ತಮವೇ? ಈ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳೆಲ್ಲವೂ ಚರ್ಚೆಗೆ ಯೋಗ್ಯವಾದವುಗಳೇ ಆದರೂ ಈ ಎಲ್ಲ ರೀತಿಗಳೂ ಬೀಜಗಣಿತದ ವಿಭಿನ್ನ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿವೆ.

ಬೀಜಗಣಿತವೆಂದರೆ 'ಸರಳೀಕರಣವು ಅಗತ್ಯವಿರುವಂತಹ ಒಂದು ಬಗೆಯ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪರಿಹರಿಸುವ ರೀತಿಯ ಅಧ್ಯಯನ' ಎಂಬ ರೀತಿಯಲ್ಲಿಯೇ ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿರುವ ಅವ್ಯಕ್ತವು ಪರಿಕಲ್ಪನೆ ಮೂಡಿಸುತ್ತದೆ. ಬದಲಾಗುವ ಮೌಲ್ಯಗಳ ನಡುವಿನ.ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಅಭ್ಯಸಿಸುವುದೇ ಬೀಜಗಣಿತ ಎಂದು ಸೂತ್ರ ವಿಧಾನವು ಕಲ್ಪಿಸಿಕೊಡುತ್ತದೆ. ಮಾದರಿ ಆಧಾರಿತ ವಿಧಾನವು ಅಂಕಗಣಿತವನ್ನು ಸಾಮಾನ್ಯೀಕರಿಸಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಸಾಮಾನ್ಯೀಕರಿಸುವುದು ಎಂದು ಕಲ್ಪಿಸಿಕೊಡುತ್ತದೆ.

ಹಾಗಾಗಿ ಬೀಜಗಣಿತ ಈ ಎಲ್ಲವೂ ಆಗಿದೆ: ಸಾಮಾನ್ಯೀಕರಿಸಿದ ಅಂಕಗಣಿತ, ಕೆಲವು ಬಗೆಯ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪರಿಹರಿಸುವ ರೀತಿ, ಹಾಗೂ ಪರಸ್ಪರ ಸಂಬಂಧಗಳನ್ನು ಮತ್ತು ಗಣಿತೀಯ ವಿನ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಅರಿತುಕೊಳ್ಳುವ ಒಂದು ದಾರಿ.

ಶಾಲಾ ಬೀಜಗಣಿತದಲ್ಲಿ 'ಚರಾಕ್ಷರ' ವು ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಮೊದಲು ಒಂದು ಅಕ್ಷರದ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಕಾಣಸಿಗುತ್ತದೆ, ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ ಅಥವಾ ವಾಕ್ಯದಲ್ಲಿ ಇದು ಒಂದು ಅವ್ಯಕ್ತವನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತಿರುದೆ, (ಉದಾ: $4 + x = 9$). ನಂತರದಲ್ಲಿ ಸೂತ್ರವಾಗಿ ಕಾಣಿಸುಕೊಳ್ಳುತ್ತದೆ (ಉದಾ: $A = L \times B$), ನಂತರ ಸಾಮಾನ್ಯೀಕರಿಸಿದ ಗುಣಗಳಾಗಿ (ಉದಾ: $a + b = b + a$)), ನಂತರದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಅನನ್ಯತಾಂಶವಾಗಿ (ಉದಾ: $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$) ಹಾಗೂ ಒಂದು ಕ್ರಿಯೆಯಾಗಿ (ಉದಾ: $y = 3x$) ಕಾಣಿಸಿಕೊಳ್ಳುತ್ತದೆ. ಚರಾಕ್ಷರಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ವಿವಿಧ ಬಗೆಯ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪರಿಹರಿಸುವುದನ್ನು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಕಲಿಯುತ್ತಾರೆ.

ಆದಾಗ್ಯೂ, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯು ಚರಾಕ್ಷರಗಳನ್ನು ಎದುರಿಸುವ ಬಹಳ ಮೊದಲೇ ಬೀಜಗಣಿತೀಯ ಆಲೋಚನೆಯು ಆ ಮಗುವಿನ ಮನಸ್ಸಿನಲ್ಲಿ ಮೊಳೆತಿರುತ್ತದೆಯೇ? ಉದಾಹರಣೆಗೆ, "ನನ್ನ ಬಳಿ 6 ಮಿಠಾಯಿಗಳಿವೆ, ಇನ್ನು 4 ಹೆಚ್ಚು ಮಿಠಾಯಿಗಳಿದ್ದರೆ ನನ್ನ ಬಳಿ 10 ಮಿಠಾಯಿಗಳಿರುತ್ತಿತ್ತು " ಎಂದು ಒಂದು ಮಗು ಹೇಳಿದಾಗ ಅಥವಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಸಂಬಂಧಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿ ಒಂದು ಮಗುವು ಒಂದು ಮಾದರಿಯನ್ನು ಹೆಕ್ಕುವಾಗ, ಅಥವಾ ಚಿತ್ರಗಳ ಒಂದು ಸರಣಿಯಲ್ಲಿ 10ನೇ ಚಿತ್ರವನ್ನು ಒಂದು ಮಗುವು ಊಹಿಸಿದಾಗ, ಮಗುವು ಬೀಜಗಣಿತೀಯವಾಗಿ ಆಲೋಚಿಸಲು ಆರಂಭಿಸಿದೆ ಎಂದು ಹೇಳಬಹುದೇ?

ದಿವಂಗತ ಶ್ರೀ ಪಿ ಕೆ ಶ್ರೀನಿವಾಸನ್ ಅವರು "ಅಲ್ಜೀಬ್ರಾ - ಅ ಲಾಂಗ್ವಜ್ ಆಫ್ ಪ್ಯಾಟರ್ನ್ಸ್ ಅಂಡ್ ಡಿಸೈನ್ಸ್" (ಬೀಜಗಣಿತ - ಮಾದರಿ ಮತ್ತು ವಿನ್ಯಾಸಗಳ ಒಂದು ಭಾಷೆ) ಎಂಬ ಒಂದು ವಿಧಾನವನ್ನು ರಚಿಸಿದ್ದರು. 6ನೇ ತರಗತಿಯ ಮಟ್ಟದಲ್ಲಿ ನಾನು ಇದನ್ನು ಹಲವಾರು ವರ್ಷ ಬಳಸಿದ್ದೇನೆ. ಬೀಜಗಣಿತವನ್ನು ಸರಳವಾಗಿ ಪರಿಚಯಿಸುವುದು, ಚರಾಕ್ಷರ ಮತ್ತು ಸ್ಥಿರಾಂಕ ಮುಂತಾದ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳನ್ನು ಪರಿಚಯಿಸುವುದು, ಪದಗಳು ಹಾಗೂ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳನ್ನು ಒಳಗೊಂಡ ಕ್ರಿಯೆಗಳನ್ನು ಮಾಡುವುದು ಮುಂತಾದವುಗಳಿಗೆ ಈ ವಿಧಾನವು ಬಹಳ ಉಪಯುಕ್ತವಾಗಿದೆ. ಸಂಖ್ಯಾಧಾರಿತ ಮಾದರಿಗಳಿಂದ ಹಂತ ಹಂತವಾಗಿ ಗೆರೆಗಳು ಮತ್ತು 2 - ಆಯಾಮದ ವಿನ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಅಭ್ಯಾಸ ಮಾಡುವ ತನಕ ಇದು ಬೆಳೆಯುತ್ತದೆ. ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ ಘಾತಾಂಕ ಹಾಗೂ ಅನನ್ಯತಾಂಶಗಳವರೆಗೂ ಬೆಳೆಯುತ್ತದೆ. ನಾನು ಈ ಹಲವು ವರ್ಷಗಳಲ್ಲಿ ಈ ವಿಧಾನವನ್ನು ಸೂತ್ರವಾಗಿ ಬಳಸುತ್ತಾ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಅಗತ್ಯ ಮತ್ತು ಆಸಕ್ತಿಗಳನ್ನು ಪೂರೈಸಲು ಸೂಕ್ತವಾಗಿ ಹೊಂದಿಸಿಕೊಂಡಿದ್ದೇನೆ. ಮೂಲ ರಚನೆ, ವಿನ್ಯಾಸಗಳು ಅದರಂತೆಯೇ ಇದೆ. ಇಲ್ಲಿ ನಾನು ಹೀಗೆ ಹೊಂದಿಸಿಕೊಂಡ ವಿಧಾನವನ್ನು ಹಂಚಿಕೊಳ್ಳುತ್ತಿದ್ದೇನೆ.

ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಥವಾ ಚಿತ್ರದ ಮಾದರಿಗಳು ಮಕ್ಕಳಲ್ಲೂ ಹಾಗೂ ದೊಡ್ಡವರಲ್ಲೂ ಒಂದು ಬಗೆಯ ಆಕರ್ಷಣೆಯನ್ನು ಹುಟ್ಟು ಹಾಕುತ್ತದೆ. ಬಹುಶಃ ಮಾನವನ ಮನಸಿನಾಳದಲ್ಲಿರುವ ಸೌಂದರ್ಯ ಪ್ರಜ್ಞೆಯೂ ಕಾರಣವಿದ್ದೀತು. ನಿಸರ್ಗದಲ್ಲಿನ ವಿನ್ಯಾಸಗಳನ್ನು, ಮಾದರಿಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ,

ನಮ್ಮ ಸಂವೇದನೆಗೆ ತೆರೆದುಕೊಳ್ಳಲು ಸಾಧ್ಯವಿದೆ - ಆಕಾಶಕಾಯಗಳ ಚಲನೆಯ ಮಾದರಿಗಳನ್ನು, ಕಾಲದ ಮಾದರಿಗಳನ್ನು (ಋತುಗಳು) - ಹೀಗೆ ದೊಡ್ಡ ಮತ್ತು ಸಣ್ಣ ಮಟ್ಟ ಎರಡರಲ್ಲೂ ಮಾದರಿಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಬಲ್ಲೆವು.

ಬೀಜಗಣಿತದ ಪರಿಚಯಕ್ಕೆ ಮಾದರಿಗಳು ಉತ್ತಮ ಆರಂಭಿಕ ಹಂತವಾಗಿವೆ. 6ನೇ ತರಗತಿಗೆ ಬರುವ ವೇಳೆಗೆ ಮಕ್ಕಳು ಪಡೆದಿರುವ ಗಣಿತೀಯ ಅರಿವಿನಿಂದ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಇದನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಬಲ್ಲರು (ಸಮ ಮತ್ತು ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು, ಮಗ್ಗಿಗಳು, ಕೆಲವು ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ವರ್ತಿಸುವ ರೀತಿ, ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧಗಳು).

ಚರಾಕ್ಷರ, ಸ್ಥಿರಾಂಕ, ಪದ ಮತ್ತು ಬೀಜೋಕ್ತಿ ಈ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳ ಪರಿಚಯ ಮತ್ತು ಬಳಕೆಯ ಕಲಿಕೆಗೆ ಮೊದಲ ಹೆಜ್ಜೆಯಾಗಿ ಮಾದರಿಗಳೊಂದಿಗೆ ಕೆಲಸ ಮಾಡುವುದರ ಮೂಲಕ ಈ ಪುರವಣಿಯಲ್ಲಿ ನಾನು ಗಮನ ನೀಡುತ್ತೇನೆ. ಎರಡನೆಯ ಪುರವಣಿಯಲ್ಲಿ ವಿನ್ಯಾಸದ ಭಾಷೆಯ ಮೂಲಕ ಇವೇ ಪರಿಕಲ್ಪನೆ ಮತ್ತು ಕ್ರಿಯೆಗಳ ಬಳಕೆಯನ್ನು ಮುಂದಿಡುತ್ತೇನೆ. ಮೂರನೆಯ ಪುರವಣಿಯಲ್ಲಿ ಅನನ್ಯತಾಂಶ ಮತ್ತು ಸೂಚ್ಯಾಂಕಗಳನ್ನು ಎತ್ತಿಕೊಳ್ಳುತ್ತೆನೆ. ನಂತರದಲ್ಲಿ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಪರಿಹರಿಸುವ ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ಎತ್ತಿಕೊಳ್ಳುತ್ತೇನೆ.

ಸೂಚಿಪದಗಳು: ಬೀಜಗಣಿತ, ಅವ್ಯಕ್ತ, ಸಮೀಕರಣಗಳು, ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳು, ಮಾದರಿಗಳು, ಚಟುವಟಿಕೆಗಳು, ಸಾಧನಗಳು

ಚಟುವಟಿಕೆ 1

ಗುರಿ : ವಿವಿಧ ರೀತಿಯ ಮಾದರಿಗಳಿಗೆ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳನ್ನು ಒಡ್ಡುವುದು.

ಮಾದರಿಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸುವುದು ಮಾನವನ ಬುದ್ಧಿಗೆ ಅಂತರ್ಗತವಾದದ್ದು ಹಾಗೂ ಅದು ಸಹಜವಾಗಿ ಮತ್ತು ಒಡನೆಯೇ ಆಗುತ್ತದೆ. ಯಾಂತ್ರಿಕ ಮತ್ತು ಕುರುಡು ಪಾಠದ ಮೂಲಕ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೇನಾದರೂ ಮುಂಚೆ ಕಲಿಸಿದ್ದರೆ ಅವರ ಚಿಂತನ ಶಕ್ತಿ ಮತ್ತು ಗಮನಿಸುವ ಶಕ್ತಿಗಳನ್ನು ಪುನಃ ಉದ್ದೀಪನಗೊಳಿಸಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ.

ವಿನ್ಯಾಸ ಮತ್ತು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನಾಧರಿಸಿದ ಮಾದರಿಯ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು ಸಂಪನ್ಮೂಲಗಳಾಗಿ ಹೇರಳವಾಗಿ ದೊರಕುತ್ತವೆ. ಸೂಕ್ತವಾದ, ಹಿರಿಯ ಪ್ರಾಥಮಿಕ ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಹೊಂದುವ ಹಂತಹಂತವಾದ ಸಂಪನ್ಮೂಲಗಳನ್ನು ಶಿಕ್ಷಕಿಯು ಆಯ್ದುಕೊಳ್ಳಬೇಕು.

ಇಲ್ಲಿ ನಾನು ಕೆಲವು ಮಾದರಿ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ನೀಡಿದ್ದೇನೆ.

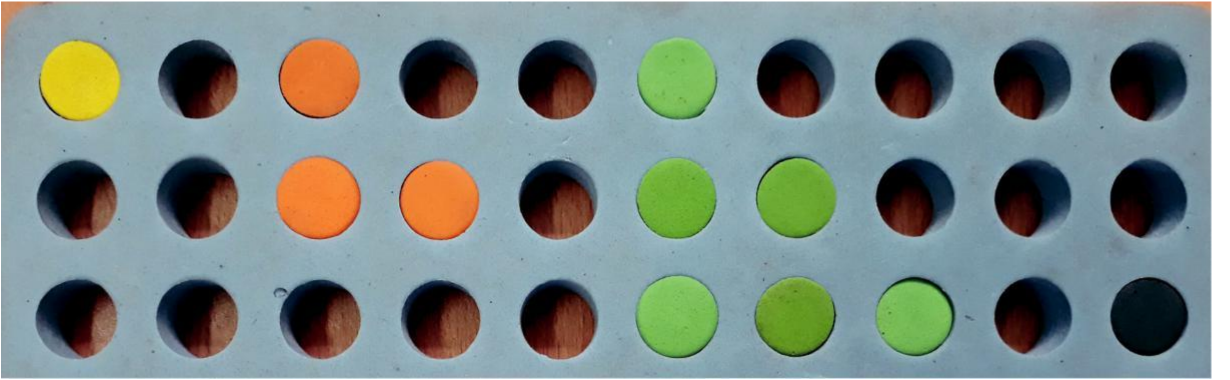
1. ಇಲ್ಲಿರುವ ಮಾದರಿ ಏನು? ಖಾಲಿ ಬಿಟ್ಟ ಸ್ಥಳದಲ್ಲಿ ಏನು ಬರುತ್ತದೆ?

a. 7, ____, 24, 34, 45, 57, 70

b. 71, 70, 73, 72, 75, _____, _____, _____

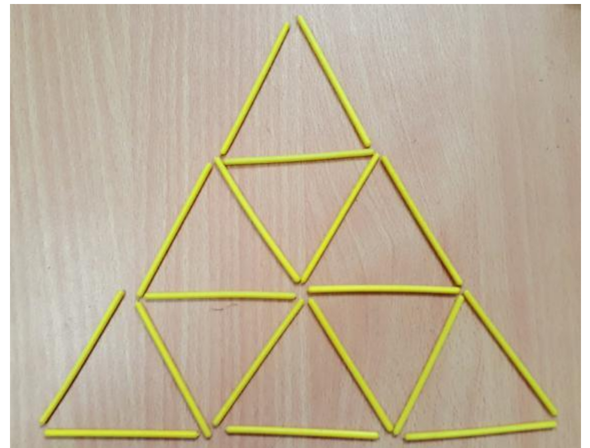
2. ಹೊಂದಿಕೆಯಾಗದ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ. ನಿಮ್ಮ ಉತ್ತರಕ್ಕೆ ಸೂಕ್ತ ಸಮರ್ಥನೆಯನ್ನು ನೀಡಿ.

a. 252, 72, 1, 275, 24, 488



ಚಿತ್ರ 1

1. ಇವು ಮೊದಲ ಐದು ತ್ರಿಕೋನೀಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು: 1, 3, 6, 10, 15.
2. ನೀವು ಇಲ್ಲಿ ಒಂದು ಮಾದರಿಯನ್ನು ಗುರುತಿಸಬಲ್ಲಿರಾ?
3. ಮುಂದಿನ ತ್ರಿಕೋನ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಅಂದಾಜು ಮಾಡಬಲ್ಲಿರಾ?
4. ಹತ್ತನೆಯ ತ್ರಿಕೋನ ಸಂಖ್ಯೆ ಯಾವುದಿರುತ್ತದೆ?



ಚಿತ್ರ 2

1. ಒಂದು ಸಣ್ಣ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಲು ನಾನು 3 ಬೆಂಕಿಕಡ್ಡಿಗಳನ್ನು ಬಳಸಿದೆ.
2. ಅದರ ಕೆಳಗಡೆ ಎರಡನೇ ಸಾಲಿನ ತ್ರಿಭುಜಗಳನ್ನು ರಚಿಸಲು ಎಷ್ಟು ಬೆಂಕಿಕಡ್ಡಿಗಳು ಬೇಕಾಗುತ್ತವೆ?
3. ಮೂರನೇ ಸಾಲಿನ ತ್ರಿಭುಜಗಳನ್ನು ರಚಿಸಲು ಎಷ್ಟು ಬೆಂಕಿಕಡ್ಡಿಗಳು ಬೇಕಾಗುತ್ತವೆ?
4. ಆರನೇ ಸಾಲನ್ನು ರಚಿಸಲು ಎಷ್ಟು ಬೆಂಕಿಕಡ್ಡಿಗಳು ಬೇಕಾಗುತ್ತವೆ?
5. ಹನ್ನೆರಡನೇ ಸಾಲನ್ನು ರಚಿಸಲು ಎಷ್ಟು ಬೆಂಕಿಕಡ್ಡಿಗಳು ಬೇಕಾಗುತ್ತವೆ ಎಂದು ನೀವು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದೇ?

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	84	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

ಚಿತ್ರ 3

1. ಮಗ್ಗಿಯ ಚೌಕದಲ್ಲಿ 9 ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಂಪಿನ ಸುತ್ತ ಒಂದು ಚೌಕವನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

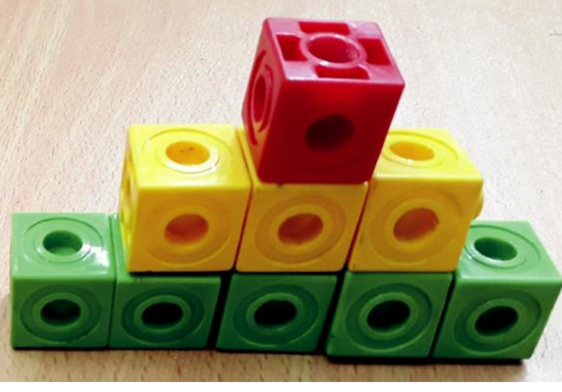
a. ಬಣ್ಣ ತುಂಬಿರುವ ಚೌಕಗಳಲ್ಲಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

b. ಮೂಲೆಗಳಲ್ಲಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

c. ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ನಾಲ್ಕರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ, ಈಗ ಏನಾಗುತ್ತದೆ?

ಒಂಬತ್ತು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮತ್ತೊಂದು ಗುಂಪಿನ ಸುತ್ತ ಚೌಕವನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ ಹಾಗೂ ಇದೇ ಹಂತಗಳನ್ನು ಪುನರಾವರ್ತಿಸಿ.





ಚಿತ್ರ 4

ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದಂತೆ ಮೆಟ್ಟಲುಗಳ ಆಕೃತಿಯನ್ನು ಅಚ್ಚುಗಳಿಂದ ಮಾಡಬಹುದು. 1 ಹೆಜ್ಜೆ ಮೇಲೆ ಒಂದು ಹೆಜ್ಜೆ ಕೆಳಗೆ ಇರುವಂತಹ ಆಕೃತಿ ಮಾಡಲು 1 ಅಚ್ಚು ಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ.

2 ಹೆಜ್ಜೆಗಳು ಮೇಲೆ 2 ಹೆಜ್ಜೆಗಳು ಕೆಳಗೆ ಇರುವ ಮೆಟ್ಟಲುಗಳನ್ನು ಮಾಡಲು 4 ಅಚ್ಚು ಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ.

5 ಹೆಜ್ಜೆಗಳು ಮೇಲೆ 5 ಹೆಜ್ಜೆಗಳು ಕೆಳಗೆ ಇರುವ ಮೆಟ್ಟಲುಗಳನ್ನು ಮಾಡಲು ಎಷ್ಟು ಅಚ್ಚು ಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ.

ಎಷ್ಟು ಮೆಟ್ಟಲುಗಳ ಮಹಡಿಯಾದರೂ ಎಷ್ಟು ಅಚ್ಚುಗಳು ಬೇಕು ಎಂದು ಹೇಗೆ ನಿರ್ಧರಿಸುವುದು ಎಂದು ವಿವರಿಸಿ.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

ಚಿತ್ರ 5

ಒಂದು ಕಾಗದದ ಎರಡೂ ಬದಿಯಲ್ಲಿ ನೂರು ಚೌಕಗಳನ್ನು ಮುದ್ರಿಸಲಾಗಿದೆ. ಒಂದು ಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿನ ಹಾಳೆಯಂತೆ ಒಂದು ಚೌಕದ ಹಿಂದೆ ಸರಿಯಾಗಿ ಒಂದು ಚೌಕ ಮುದ್ರಿತವಾಗುತ್ತದೆ. 100 ಇರುವುದರ ಹಿಂದೆ ಯಾವ ಸಂಖ್ಯೆ ಇದೆ? 58ರ ಹಿಂದೆ? 23ರ ಹಿಂದೆ? ಅಥವಾ 19ರ ಹಿಂದೆ? ನಿಮಗೆ ಒಂದು ಮಾದರಿ ಕಾಣುತ್ತದೆಯೇ?

ಚಟುವಟಿಕೆ 2

ಗುರಿ : ಮಾದರಿಗಳ ಭಾಷೆಯನ್ನು ಪರಿಚಯಿಸುವುದು ಹಾಗೂ ಬದಲಾಗುತ್ತಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ ಅಕ್ಷರಗಳ ಬಳಕೆ.

ಬದಲಾಗುವ ಸಂಖ್ಯೆ (ಚರ) ಗಳು ಹಾಗೂ ಬದಲಾಗದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ (ಸ್ಥಿರಾಂಕ) ಬಗ್ಗೆ ಪರಿಚಯವನ್ನು ಮಾಡಿಸುವಾಗ ಅವರಿಗೆ ತಿಳಿದಿರುವ ವಿಷಯಗಳ ಮೂಲಕ ಆರಂಭಿಸಿ ಸ್ಥಿರಾಂಕ ಮತ್ತು ಚರಾಕ್ಷರ ಎಂಬ ಪಾರಿಭಾಷಿಕ ಪದಗಳನ್ನು ನಂತರದಲ್ಲಿ ಪರಿಚಯ ಮಾಡಿಸುತ್ತೇವೆ.

ಸಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು, ಅಪವರ್ತ್ಯಗಳು ಹಾಗೂ ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಬಗ್ಗೆ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಈಗಾಗಲೇ ತಿಳಿದಿದೆ. ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಸಂಬಂಧಗಳ ಬಗೆಗಿನ ತಮ್ಮ ಹಿಂದಿನ ಜ್ಞಾನದ ಆಧಾರದಲ್ಲಿ ಮಾದರಿಯ ಭಾಷೆಯಲ್ಲಿ ಬರೆಯಲು ಈ ಚಟುವಟಿಕೆಯಿಂದ ತಿಳಿಯುತ್ತಾರೆ.

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಒಂದಷ್ಟು ಸಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ನೀಡಿ. ಉದಾ: 12, 22, 8, 44.
ಅವರ ಮುಂದೆ "ಇವುಗಳು ಏನು?" ಎಂಬ ಪ್ರಶ್ನೆಯನ್ನು ಇಡಿ. ಈ ಎಲ್ಲವೂ ಸಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಎಂದು ಅವರು ಗಮನಿಸುತ್ತಾರೆ.
ಇವುಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಬೇರೆ ಏನನ್ನು ಹೇಳಬಹುದು? ಈ ಎಲ್ಲವೂ 2ರ ಅಪವರ್ತ್ಯಗಳು.
ಈಗ ಶಿಕ್ಷಕಿಯು ಈ ಎಲ್ಲ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನೂ 2ರ ಅಪವರ್ತ್ಯಗಳನ್ನಾಗಿ ಮತ್ತೆ ಬರೆಯಬಹುದು.

$$22=2\times11$$

$$8=2\times4$$

$$44=2\times22$$

ಈಗ ಒಂದು ಪ್ರಶ್ನೆಯನ್ನು ಕೇಳಿ "ಈಗ ಬಲಭಾಗದಲ್ಲಿ ಏನನ್ನು ಗಮನಿಸಿದ್ದೀರಾ?" ಮೊದಲ ಸಂಖ್ಯೆ ಯಾವುದು? ಅದು ಎಲ್ಲದರಲ್ಲೂ 2 ಇದೆ. ಎರಡನೆಯ ಸಂಖ್ಯೆ ಯಾವುದು? ಅದು ಪ್ರತಿ ಬಾರಿ ಬದಲಾಗುತ್ತಿದೆ.

ಅಂದರೆ ನಾವು ಸಮಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ವಿವರಿಸುವುದು ಹೇಗೆ? ಅದು ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯ 2 ಬಾರಿ.

ಎರಡನೆಯ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಬದಲಾಗುತ್ತಿರುವುದರಿಂದ ನಾವು ಅದನ್ನು ಒಂದು ಅಕ್ಷರದಿಂದ ಗುರುತಿಸಬಹುದು.
ಹಾಗಾಗಿ ಒಂದು ಸಮಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು 2 ಬಾರಿ '*n*' ಅಥವಾ $2 \times n$. (ಅಕ್ಷರ x ನಂತೆ ಕಾಣುವುದರಿಂದ ನಾವು ಗುಣಾಕಾರ ಚಿಹ್ನೆಯನ್ನು ಬಿಡಬಹುದು, ಎಂದು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಹೇಳಿ. ಆದ್ದರಿಂದ ಈಗ 2n ಅಂದರೆ 2 ಬಾರಿ n ').
ನಾವು ಅಪವರ್ತ್ಯಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ಮತ್ತೊಂದು ಉದಾಹರಣೆಯನ್ನು ಎತ್ತಿಕೊಳ್ಳಬಹುದು.

44,11, 220, 121.

ಇವು ಏನು? ಈ ಎಲ್ಲವೂ 11 ರ ಅಪವರ್ತ್ಯಗಳು.

ಅವುಗಳನ್ನು ಹೀಗೆ ಬರೆಯಬಹುದು.

$$44=11\times4$$

$$11=11\times1$$

$$220=11\times20$$

$$121=11\times11$$

ಈಗ ಒಂದು ಪ್ರಶ್ನೆಯನ್ನು ಕೇಳಿ "ಈಗ ಬಲಭಾಗದಲ್ಲಿ ಏನನ್ನು ಗಮನಿಸಿದ್ದೀರಾ?" ಮೊದಲ ಸಂಖ್ಯೆ ಪ್ರತಿಯೊಂದರಲ್ಲೂ 11. ಎರಡನೆಯ ಸಂಖ್ಯೆಯಷ್ಟೇ ಬದಲಾಗುತ್ತಿದೆ.

ಈ ಮಾದರಿಯನ್ನು 11x ಅಥವಾ 11y ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು. (ಬದಲಾಗುತ್ತಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಸೂಚಿಸಲು ಅಕ್ಷರವನ್ನು ಬಳಸಬಹುದು ಎಂದು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ತಿಳಿಸಿ.).

ಸ್ಥಿರಾಂಕವಾದ ಅಪವರ್ತನವಿಲ್ಲದ ಸ್ವಲ್ಪ ಬೇರೆಯಾದ ಒಂದು ಉದಾಹರಣೆಯನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳೋಣ.

16, 49, 4, 81.

ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಏನು? ಇವು ವರ್ಗಗಳು.

ಇವುಗಳನ್ನು ಹೀಗೆ ಬರೆಯಬಹುದು.

16=4×4

49=7×7

4=2×2

81=9×9

ಬಲಭಾಗದಲ್ಲಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಬಗ್ಗೆ ನಾವು ಏನು ಹೇಳಬಹುದು? ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಅದನ್ನು ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಲು ಸಹಾಯ ಮಾಡಿ. "ಮೊದಲ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಬದಲಾಗುತ್ತಿದೆ. ಎರಡನೆಯ ಸಂಖ್ಯೆಯೂ ಬದಲಾಗುತ್ತಿದೆ. ಆದರೆ ಮೊದಲ ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ಎರಡನೆಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಒಂದೇ ಆಗಿವೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಈ ಮಾದರಿಯನ್ನು ಹೇಗೆ ವಿವರಿಸುವುದು?

ಇದನ್ನು *'y'* ಬಾರಿ *'y'* ಅಥವಾ *'y × y'* ಅಥವಾ *'yy'* ಎಂದು ವಿವರಿಸಬಹುದು. (ಸೂಚನೆ: yy ಅನ್ನು y^2 ಎಂದು ಈಗಲೇ ಬರೆಯುವುದಿಲ್ಲ, ಏಕೆಂದರೆ ಅವರಿಗೆ ಇನ್ನೂ ಘಾತಾಂಕಗಳನ್ನು ಪರಿಚಯಿಸಿಲ್ಲ.)

ಈಗ ಎರಡೂ ಅಪವರ್ತ್ಯಗಳೂ ಬೇರೆ ಚರಾಕ್ಷರಗಳಾಗಿರುವ ಮತ್ತೊಂದು ರೀತಿಯ ಸನ್ನಿವೇಶವನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳೋಣ.

ಕೆಳಗೆ ಕೆಲವು ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿವೆ. ಈಗ ಅಪವರ್ತನವಾಗಿ 1ನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸದೇ ಇವುಗಳನ್ನು ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನಾಗಿ ನೀವು ಬರೆಯಬಹುದೇ?

65, 14, 6, 77.

ಇವುಗಳನ್ನು ಗುಣಲಬ್ಧಗಳನ್ನಾಗಿ ಬರೆಯಬಹುದು:

65=5×13

14=2×7

6=2×3

77=7×11

ಬಲಭಾಗಲದಲ್ಲಿರುವ ಮೊದಲ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಬಗ್ಗೆ ಏನು ಹೇಳಬಹುದು? ಎರಡನೆಯ ಸಂಖ್ಯೆ? ಅವೆರಡೂ ಬದಲಾಗುತ್ತಿವೆ. ಬದಲಾಗುವ ಮೊದಲ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು *'x'* ಎಂದೂ ಬದಲಾಗುತ್ತಿರುವ ಎರಡನೆಯ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು *'y'* ಎಂದೂ ಕರೆಯಬಹುದು. ಕೆಳಗಿನ ಮಾದರಿಯನ್ನು ನಾವು *'x'* ಬಾರಿ *'y'* ಅಥವಾ *'x × y'* ಅಥವಾ *'xy'* ಎಂದು ವಿವರಿಸುತ್ತೇವೆ.

ತಮ್ಮದೇ ಆದ ಈ ರೀತಿಯ ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ನೀಡಲು ಶಿಕ್ಷಕರು ಹೇಳಬಹುದು.

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಜೋಡಿಯಾಗಿ ಕೆಲಸ ಮಾಡಲಿ. ಒಬ್ಬ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯು ಸ್ವಲ್ಪ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಅಪವರ್ತ್ಯಗಳ ಮಾದರಿಯನ್ನು ರಚಿಸಲಿ, ಉದಾ: 10 ಮತ್ತು 20 ಹಾಗೂ ಜೊತೆಯ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯನ್ನು ಆ ಮಾದರಿಯನ್ನು ವಿವರಿಸಲು ಕೇಳಲಿ. ಹೀಗೆಯೇ ಘನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಳಸಿಯೂ ಇದನ್ನು ಮಾಡಬಹುದು.

ಚಟುವಟಿಕೆ 3

ಗುರಿ : ಎರಡು ಪದಗಳು ಮತ್ತು ಎರಡು ಕ್ರಿಯೆಗಳು ಇರುವ ಮಾದರಿಗಳು

ಈ ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸೋಣ

21, 43, 7, 101.

ಇವು ಎಂತಹ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು? ಇವು ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು. ಇವುಗಳನ್ನು ನಾವು ಹೇಗೆ ವಿವರಿಸುತ್ತೇವೆ? ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಈ ಪ್ರಶ್ನೆಗೆ ಸ್ಪಂದಿಸಲು ಸ್ವಲ್ಪ ಸಮಯ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಬಹುದು.

ಸಹಾಯವಾಗುವ ಮತ್ತೊಂದು ಪ್ರಶ್ನೆಯೆಂದರೆ “ ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಗೂ ಸಮ ಸಂಖ್ಯೆಗೂ ಇರುವ ಸಂಬಂಧವೇನು? ಅವು ಸಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಿಂತ 1 ಹೆಚ್ಚು ಅಥವಾ 1 ಕಡಿಮೆ.

ಹಾಗಾಗಿ ನಾವು ಮೊದಲಿಗೆ ಇದನ್ನು ಹೀಗೆ ಬರೆಯುತ್ತೇವೆ :

21=20+1

43=42+1

7=6+1

101=100+1

ಈಗ ನಾವಿದನ್ನು $n + 1$. ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು. ಇದನ್ನು ಹೇಗೆ ಮುಂದುವರೆಸುವುದು? ಮೊದಲಿಗೆ ಸಮ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಹೇಗೆ ಬರೆದೆವು? ಹಾಗಾಗಿ ನಾವು ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೆಳಗಿನಂತೆ ಬರೆಯುತ್ತೇವೆ::

21=20+1=2×10+1
43=42+1=2×21+1
7=6+1=2×3+1
101=100+1=2×50+1

ಈ ಮಾದರಿಯನ್ನು $2n+1$ ಎಂದು ಬರೆಯುತ್ತೇವೆ.

ಅದೇ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬೇರೆ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಬೇಕೆಂದರೆ, $2n – 1$ ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು ಎಂಬುದನ್ನು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ತೋರಿಸಬಹುದು .

ಸೂಚನೆ: ಈ ಸಮಯದಲ್ಲಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಚರಾಕ್ಷರ, ಸ್ಥಿರಾಂಕ, ಪದಗಳು ಹಾಗೂ ಬೀಜೋಕ್ತಿ ಮುಂತಾದ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳನ್ನು ಶಿಕ್ಷಕರು ಪರಿಚಯಿಸುವುದು,

ಇಲ್ಲಿ ಮತ್ತೊಂದು ಮಾದರಿ ಇದೆ.

49, 69, 19, 89.

ಈ ಎಲ್ಲ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಬಿಡಿ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ 9 ಇದೆ. ಅವುಗಳನ್ನು ಹೀಗೆ ಬರೆಯಬಹುದು.

$49 = 10 \times 5 - 1$

$69 = 10 \times 7 - 1$

$19 = 10 \times 2 - 1$

$89 = 10 \times 9 - 1$

ಅಂದರೆ ಇಲ್ಲಿರುವ ಮಾದರಿಯು $10n - 1$ ಆಗುತ್ತದೆ.

ಸ್ಥಾನಬೆಲೆಯನ್ನು ಬಳಸುವ ಮತ್ತೊಂದು ಮಾದರಿಯನ್ನು ಗಮನಿಸೋಣ.

36, 75, 49, 81, 19.

ಇಲ್ಲಿ ಯಾವ ಮಾದರಿಯನ್ನು ಕಾಣಬಹುದಾಗಿದೆ? ಇವು ಎಲ್ಲವೂ ಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲ. ಇವು ಯಾವುದೇ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಪವರ್ತ್ಯಗಳೂ ಅಲ್ಲ. ಈ ಎಲ್ಲವೂ ಎರಡಂಕಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು. ಇವುಗಳನ್ನು ಹೀಗೆ ಬರೆಯಬಹುದು:

$36 = 10 \times 3 + 6$

$75 = 10 \times 7 + 5$

$49 = 10 \times 4 + 9$

$81 = 10 \times 8 + 1$

$19 = 10 \times 1 + 9$

ಈ ಮಾದರಿಯನ್ನು $10m+n$ ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಗುಂಪನ್ನು ಹೇಗೆ ಬರೆಯಬಹುದು?

94, 99, 91, 95.

ಇವುಗಳನ್ನು ಹೀಗೆ ವಿಸ್ತರಿಸಬಹುದು:

$94 = 100 - 6 = 10 \times 10 - 6$

$99 = 100 - 1 = 10 \times 10 - 1$

$91 = 100 - 9 = 10 \times 10 - 9$

$95 = 100 - 5 = 10 \times 10 - 5$

ಆದ್ದರಿಂದ ಮಾದರಿಯು $10 \times 10 - n$ ಎಂದಾಗುತ್ತದೆ.

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಇದನ್ನು $90 + n$ ಎಂಬುದಾಗಿಯೂ ಗಮನಿಸಬಹುದು.

ಆಟ: ಮಾದರಿಯ ಪತ್ತೇದಾರಿಕೆ

ಗುರಿ: ಮತ್ತೊಬ್ಬರು ರಚಿಸಿದ ಮಾದರಿಯನ್ನು ಪತ್ತೆ ಮಾಡುವುದು.

ಸಾಮಗ್ರಿಗಳು: ಕಪ್ಪು ಹಲಗೆ ಅಥವಾ ಕಪ್ಪು ಕಾಗದ

ಈ ಆಟವನ್ನು ಇಡೀ ತರಗತಿ ಆಡಬಹುದು ಅಥವಾ 5 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಣ್ಣ ಗುಂಪುಗಳಲ್ಲಿ ಅಥವಾ ಜೋಡಿಗಳಾಗಿಯೂ ಆಡಬಹುದು.

1 ರಿಂದ 10ರ ಒಳಗಿನ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು 1ನೇ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯು ಹೇಳುತ್ತಾನೆ, ಉದಾ 5. 2ನೇ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯು ಈ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಬಳಸಿ ಒಂದು ಗಣಿತೀಯ ಕ್ರಿಯೆಯ ಮೂಲಕ ಮತ್ತೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ರಚಿಸುತ್ತಾನೆ, ಉದಾ : 12. 1ನೇ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿ ಮತ್ತು 2ನೇ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿ ಇಬ್ಬರ ನಡುವಿನ ಈ ಕ್ರಿಯೆ ಕಡಿಮೆಯೆಂದರೆ ನಾಲ್ಕು ಬಾರಿಯಾದರೂ ನಡೆಯುತ್ತದೆ. ಪ್ರತಿ ಬಾರಿಯೂ 2ನೇ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯು ಅನುಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಅವೇ ಕ್ರಿಯೆಗಳನ್ನು ನಡೆಸಿ ಹೊಸ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ರಚಿಸುತ್ತಾನೆ.

ಅದು ಕೆಳಗಿನಂತೆ ಇರುತ್ತದೆ.

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿ I	ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿ II
5	12
3	8
8	18
10	22

1ನೇ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯು ನೀಡಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಂದ 2ನೇ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿನಿಯು ಏನು ಮಾಡುತ್ತಿದ್ದಾಳೆ?

1ನೇ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿ ಅಥವಾ ಆ ಗುಂಪಿನ ಇತರರು ಅಥವಾ ಗಮನಿಸುತ್ತಿರುವ ತರಗತಿಯ ಇತರರು ಈ ಮಾದರಿಯನ್ನು ಪತ್ತೆ ಮಾಡಬೇಕಿದೆ.

ಇಲ್ಲಿ ಎರಡನೇ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿನಿಯು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ದುಪ್ಪಟ್ಟು ಮಾಡಿ ಗುಣಲಬ್ಧಕ್ಕೆ 2ನ್ನು ಸೇರಿಸುತ್ತಿದ್ದಾಳೆ.

ಹಾಗಾಗಿ ಮಾದರಿಯನ್ನು $2n+2$ ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು.

ಸೂಚನೆ: ಎರಡು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಕ್ರಿಯೆಗಳನ್ನು ಮಾತ್ರ ಮೊದಲಿನಲ್ಲಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಬಳಸುವುದು ಸೂಕ್ತ. ಉದಾ '× ಮತ್ತು +' ಅಥವಾ '× ಮತ್ತು –'.

ಎರಡು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ನಡುವಿನ ಆಟದ ಒಂದು ಉದಾಹರಣೆ ಕೆಳಗಿದೆ.

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿ I	ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿ II
5	24
3	8
8	63
10	99

1ನೇ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೊಡನೆ 2ನೇ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯು ಏನು ಮಾಡುತ್ತಿದ್ದಾಳೆ?

ಈ ಸಮಸ್ಯೆಯಲ್ಲಿ 2ನೇ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯು ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವರ್ಗವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದು ಅದರಲ್ಲಿ 1ನ್ನು ಕಳೆಯುತ್ತಿದ್ದಾಳೆ.

ಈ ಮಾದರಿಯನ್ನು '$nn – 1$' ಎಂಬ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಬರೆಯಬಹುದು.

ಇಬ್ಬರು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ನಡುವಿನ ಆಟದ ಮತ್ತೊಂದು ಉದಾಹರಣೆ ಇಲ್ಲಿದೆ.

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿ I	ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿ II
1	3
2	7
3	11
4	15

1ನೇ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೊಡನೆ 2ನೇ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯು ಏನು ಮಾಡುತ್ತಿದ್ದಾಳೆ?

ಇದನ್ನು ಪರಿಹರಿಸಲು ನಿಮಗೇ ಬಿಡುತ್ತಿದ್ದೇನೆ!

ಚಟುವಟಿಕೆ 4: ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳಲ್ಲಿನ ಮಾದರಿಗಳು

ಗುರಿ: ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಮಾದರಿಗಳನ್ನು ವಿವರಿಸುವುದು ಹಾಗೂ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯಿಂದ ಮಾದರಿಯನ್ನು ರಚಿಸುವುದು

ಒಂದೇ ಚರಾಕ್ಷರ ಹೊಂದಿರುವ ಸಜಾತಿ ಪದಗಳ ಸಂಕಲನವನ್ನು ಗಮನಿಸುವುದು.

2×3+3×3

2×5+3×5

2×2+3×2

2×1+3×1

ಇಲ್ಲಿರುವ ಮಾದರಿಯನ್ನು ಹೇಗೆ ವಿವರಿಸುತ್ತೇವೆ?

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಇದು 2a + 3a ಎಂದು ಹೇಳಲಿ.

ಈಗ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಪ್ರತಿ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿದು ತೋರಿಸಿರುವ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಬರೆಯಲಿ.

ಬಂದ ಉತ್ತರಗಳಲ್ಲಿರುವ ಮಾದರಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಕೇಳಿರಿ. ಇವುಗಳು 5ರ ಅಪವರ್ತ್ಯ ಎಂದು ಅವರು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯುತ್ತಾರೆ.

ಅವರು ಉತ್ತರಗಳನ್ನು 5ರ ಅಪವರ್ತ್ಯಗಳನ್ನಾಗಿ ಬರೆಯಲಿ.

2×3+3×3	15	5 × 3
2×5+3×5	25	5 × 5
2×2+3×2	10	5 × 2
2×1+3×1	5	5 × 1

ಈ ಮಾದರಿಯನ್ನು ಹೇಗೆ ವಿವರಿಸುವುದು? ಇದು 5*a* ಎಂದಾಗುತ್ತದೆ.

2*a* ಹಾಗೂ 3*a* ಕೂಡಿಸಿದಾಗ 5*a* ಬರುತ್ತದೆ ಎಂದು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಶಿಕ್ಷಕಿಯು ತಿಳಿಸಬಹುದು.

“3*x* ಹಾಗೂ 4*x* ಕೂಡಿಸಿದಾಗ ಏನು ಬರುತ್ತದೆ?” ಎಂದು ಈಗ ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಪ್ರಶ್ನೆಯನ್ನು ಕೇಳಿ. ಮಕ್ಕಳು ಮಾದರಿಯನ್ನು ಊಹಿಸಿ, ಮಾದರಿಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ, ಉತ್ತರಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಲಿ.

ವಿಜಾತಿಯ ಪದಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸಿದಾಗ ಉತ್ತರವನ್ನು ಸರಳೀಕರಿಸುವುದು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ ಎಂದು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ತೋರಿಸುವುದು ಬಹಳ ಮುಖ್ಯ.

ಕೆಳಗಿನಂತೆ ಸಂಖ್ಯೆ ಮಾದರಿಯೊಂದನ್ನು ನೀಡಿ:

3×3+2×4	17
3×5+2×2	19
3×2 +2×7	20



3× 1+2×3	9

ಎಡಭಾಗದ ಮಾದರಿಯನ್ನು ಹೇಗೆ ವಿವರಿಸಬಹುದು? ಅದು 3*a* + 2*b* ಎಂದಾಗುತ್ತದೆ.

ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತದಿಂದ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಯಾವುದೇ ಮಾದರಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದೇ?

ಈಗ ಅವರು ವ್ಯವಕಲನದ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ಉತ್ತರಗಳನ್ನು ಊಹಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಬಹುದು ಉದಾ: 5*x* – 2*x*, ಮತ್ತು ಉತ್ತರಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಲು ಮಾದರಿಯನ್ನು ರಚಿಸಬಹುದು.

ಚಟುವಟಿಕೆ 5: ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳಲ್ಲಿನ ಮಾದರಿಗಳು

ಗುರಿ: ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಮಾದರಿಗಳನ್ನು ವಿವರಿಸುವುದು ಹಾಗೂ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳಿಗೆ ಮಾದರಿಗಳನ್ನು ರಚಿಸುವುದು

ಒಂದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಚರಾಕ್ಷರಗಳಿರುವ ಸಜಾತಿಯ ಪದಗಳ ಸಂಕಲನವನ್ನು ಗಮನಿಸುವುದು.

ಈ ಮಾದರಿಯನ್ನು ಹೇಗೆ ವಿವರಿಸುವುದು?

2×4+4×2
3×6+ 6×3
5×2+ 2×5
8×3+ 3×8

ಅದು *ab* + *ba* ರೂಪದಲ್ಲಿದೆ.

ಇಲ್ಲಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಅವುಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸಿ ಉತ್ತರಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಬಹುದು.

ಉತ್ತರಗಳ ಮಾದರಿ ಏನು? ಈ ಎಲ್ಲವೂ 2ರ ಅಪವರ್ತ್ಯಗಳು.

ಮೊದಲಿಗೆ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಇವುಗಳನ್ನು 2ರ ಅಪವರ್ತ್ಯಗಳನ್ನಾಗಿ ಬರೆಯಲಿ (16 = 2 × 8, ಇತ್ಯಾದಿ).

ಎರಡನೆಯ ಹೆಜ್ಜೆಯಾಗಿ, ಎರಡನೇ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಪವರ್ತ್ಯಗಳನ್ನೂ ಬರೆಯಲಿ (16 = 2 × 2 × 4, ಇತ್ಯಾದಿ).

.

2×4+4×2	2 × 8	16	2×2×4
3×5+5×3	2×15	30	2×3×5
6×7+7×6	2×42	84	2×6×7
3×3+3×3	2 × 9	18	2×3×3

ಕೊನೆಯ ಸಾಲಿನಲ್ಲಿರುವ ಉತ್ತರಗಳಿರುವ ಮಾದರಿ ಏನು?

ಅದು 2*ab*.

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಗಮನವನ್ನು *ab* + *ba* ಇದರ ಸಂಕಲನದೆಡೆಗೆ ಸೆಳೆಯಿರಿ. ಅದು 2*ab* ಗೆ ಸಮವಾಗುತ್ತದೆ.

ab ಹಾಗೂ *ba* ಸಜಾತಿ ಪದಗಳೇ? ಏಕೆ?

ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಸಜಾತಿ ಮತ್ತು ವಿಜಾತಿ ಪದಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಹೆಚ್ಚು ಉದಾಹರಣೆಗಳೊಂದಿಗೆ ಚರ್ಚಿಸಿ.

ಅಭ್ಯಾಸಕ್ಕಾಗಿ, ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಒಂದು ಮಾದರಿ ಭಾಷೆಗೆ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಮಾದರಿಯನ್ನು ರಚಿಸಲು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಹೇಳಬಹುದು; ಮೊದಲಿಗೆ ಕೇವಲ ಸಜಾತಿ ಪದಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ.

ಉದಾ: $xy + xy + xy$ ಗೆ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಮಾದರಿಯನ್ನು ರಚಿಸಿ ಇದು ಏನಾಗುತ್ತದೆ?

ಇದು $xy + xy + xy$ ಗಿಂತ ಬೇರೆಯಾಗಿರುತ್ತದೆಯೇ?

$5cd – 2cd$ ಗೆ ಸಂಖ್ಯೆ ಮಾದರಿಯನ್ನು ರಚಿಸಿ.

ಇದು ಏನಾಗುತ್ತದೆ?

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ವಿಜಾತಿ ಪದಗಳ ಸಂಕಲನ ವ್ಯವಕಲನಕ್ಕೆ ಮಾದರಿಗಳನ್ನು ರಚಿಸಲಿ.

ಉದಾ: ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರತಿಯೊಂದಕ್ಕೂ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಮಾದರಿಯನ್ನು ರಚಿಸಿ.
(i) $abc – cde$ (ii) $ab + bc + ca$.

ಚಟುವಟಿಕೆ 6: ಪರಿವರ್ತನೀಯತೆ ಹಾಗೂ ಸಹವರ್ತನೀಯತೆಯ ನಿಯಮಗಳು

ಗುರಿ: ಪರಿವರ್ತನೀಯತೆ ಹಾಗೂ ಸಹವರ್ತನೀಯತೆಯ ಗುಣಗಳನ್ನು ನಿರೂಪಿಸುವುದು

ಇಲ್ಲಿ ನಾವು ಏನು ಗಮನಿಸುತ್ತಿದ್ದೇವೆ?

3+2=2+3

5+1=1+5

6+4=4+6

ಗುಣ: $a + b = b + a$

ಮಕ್ಕಳಿಗೆ " ನಾನು + ಚಿಹ್ನೆಯ ಬದಲು - ಚಿಹ್ನೆ ಬಳಸಬಹುದೇ? " ನಾನು + ಚಿಹ್ನೆಯ ಬದಲು × ಚಿಹ್ನೆ ಬಳಸಬಹುದೇ?" , " ನಾನು + ಚಿಹ್ನೆಯ ಬದಲು + ಚಿಹ್ನೆ ಬಳಸಬಹುದೇ?" ಮುಂತಾದ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಕೇಳಿ.

ಇಲ್ಲಿ ನಾವು ಏನನ್ನು ಗಮನಿಸುತ್ತೇವೆ?

2+(3+5)=(2+3)+5

1+(4+2)=(1+4)+2

5+(2+1)=(5+2)+1

ಗುಣ: $a + (b + c) = (a + b) + c$.

ಅದೇ ರೀತಿ ಶಿಕ್ಷಕಿಯು ಗುಣಾಕಾರ ಹಾಗೂ ಭಾಗಾಕಾರದ ಗುಣಗಳನ್ನು ತೋರಿಸಲು ಮಾದರಿಗಳನ್ನು ಕಟ್ಟಬಹುದು.

ಮಾದರಿಗಳ ಅಭ್ಯಾಸದಿಂದ 0 ಹಾಗೂ 1 ರ ಗೂಣಗಳು

ಗುಣ: $a \times b = b \times a$, $a \times (b \times c) = (a \times b) \times c$, $a \times (b + c) = (a \times b) + (a \times c)$.

1 ರ ಗೂಣಗಳು: $1 \times a = a$, $a \div a = 1$, $a \div 1 = a$.

0 ಯ ಗೂಣಗಳು: $a + 0 = a$, $a - 0 = a$, $a - a = 0$, $a \times 0 = 0$, $0 \div a = 0$.

ಚಟುವಟಿಕೆ 7

ಗುರಿ: ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಕೆಲವು ಗುಣಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದು ಅವುಗಳನ್ನು ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳಂತೆ ಬರೆಯುವುದು

ಕ್ರಮಾನುಗತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ಒಂದು ಮಾದರಿಯನ್ನು ರಚಿಸಿ.
ಮಾದರಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದು ಅದನ್ನು ಮಾದರಿಯ ಭಾಷೆಯಲ್ಲಿ ಮೂಡಿಸಲು ಮಾದರಿಯಲ್ಲಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸಲು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಹೇಳಿ.

11+12

2 + 3

7 + 8

10+11

ಎರಡು ಕ್ರಮಾನುಗತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವು ಯಾವಾಗಲೂ ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಯೇ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

ಈ ಮಾದರಿಯನ್ನು ಕೆಳಗಿನಂತೆ ಬರೆಯಬಹುದು:

11 + 12	11 + 11 + 1	2×11+1
2 + 3	2+2+1	2×2+1
7 + 8	7+7+1	2×7+1
10+11	10+10 + 1	2×10+1

ಇದನ್ನು $n + n + 1$ ಎಂದು ವಿವರಿಸಬಹುದು, ಅದು $2n + 1$ ಆಗುತ್ತದೆ.

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಈ ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಮಾದರಿಗಳನ್ನು ರಚಿಸಲಿ ಹಾಗೂ ಉತ್ತರಗಳನ್ನು ಹುಡುಕಲಿ. ಉತ್ತರಗಳನ್ನು ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳಾಗಿ ಬರೆಯಬಹುದು.

ಎರಡು ಕ್ರಮಾನುಗತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸವು ಏನಾಗಿರುತ್ತದೆ?

ಮೂರು ಕ್ರಮಾನುಗತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವು ಏನಾಗುತ್ತದೆ?

ಅವರು ಎರಡು ಕ್ರಮಾನುಗತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧದ ಗುಣಲಕ್ಷಣ ಹೇಳಬಲ್ಲರೇ?

ಅವರು ಮೂರು ಕ್ರಮಾನುಗತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧದ ಗುಣಲಕ್ಷಣ ಹೇಳಬಲ್ಲರೇ?

ಚಟುವಟಿಕೆ 8

ಗುರಿ: ಬೀಜಗಣಿತೀಯ ಚಿಂತನೆಯನ್ನು ಬಳಸಿ ಸವಾಲಿನ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಅನ್ವೇಷಿಸುವುದು

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಎರಡು ಅಂಕಿಗಳ ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಲಿ, ಉದಾ 53. ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ತಿರುಗಿಸಿ ಬರೆಯಲು ಅವರಿಗೆ ತಿಳಿಸಿ, ಅಂದರೆ 35. ಈ ಎರಡೂ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ನಡುವಿನ ವ್ಯತ್ಯಾಸವನ್ನು ಅವರು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲಿ.

ಒಂದು ಮಾದರಿಯನ್ನು ಗುರುತಿಸಲು ಇನ್ನೂ ಹಲವು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ಈ ಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು ಮಾಡಲಿ.

53–35

74–47

21–12

63–36

ಹೊರ ಹೊಮ್ಮುವ ಮಾದರಿಯನ್ನು ಅವರು ವಿವರಿಸಬಲ್ಲರೇ?
ಮತ್ತೊಂದು ಪ್ರಶ್ನೆ ಇಲ್ಲಿದೆ.

ಐದು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಒಂದು ಗುಂಪನ್ನು ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಲು ಹೇಳಿ ಉದಾ. 5, 12, 4, 20, 6. ಇವುಗಳನ್ನು ಅವರು ಕೂಡಿಸಲಿ.

ಈಗ ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಕೇಳಿ:

1. ಅಲ್ಲಿರುವ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ 2 ನ್ನು ತೆಗೆದರೆ ಮೊತ್ತವು ಏನಾಗುತ್ತದೆ? ಏಕೆ?
2. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಗೆ 3 ನ್ನು ಕೂಡಿಸಿದರೆ ಮೊತ್ತವು ಏನಾಗುತ್ತದೆ? ಏಕೆ?
3. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ದುಪ್ಪಟ್ಟು ಮಾಡಿದರೆ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಏನಾಗುತ್ತದೆ? ಏಕೆ?

ಈ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಉತ್ತರಿಸಲು ಅವರಿಗೆ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳನ್ನು ಬಳಸಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗುತ್ತಿದೆಯೇ?

ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ ಒಂದು ಸವಾಲು!

ಇಲ್ಲಿ ಒಂದು ಆಸಕ್ತಕರವಾದ ಫಲಿತಾಂಶವಿದೆ.

$55^2 – 45^2 = 1000$

$105^2 – 95^2 = 2000$

$85^2 – 65^2 = 3000$

ಈ ಮಾದರಿಯನ್ನು ವಿವರಿಸುವುದು ಹೇಗೆ?

1000ದ ಅಪವರ್ತ್ಯಗಳನ್ನು ನೀಡುವ ಇನ್ನು ಯಾವುದಾದರೂ ಜೋಡಿ ಇದೆಯೇ ?